

Resolva o exercício 89 das notas de aula (<http://flaviomoura.info/files/lca.pdf>)

**Exercício 89.** Sejam  $x$  um número natural, e  $l$  uma lista de números naturais. Prove que  $T_{insere} x l \leq T_{insere}^w(|l|)$ , onde  $|l|$  denota o tamanho da lista  $l$ .

Faremos a prova por indução na estrutura de  $l$ .

①  $l = nil$ : Como  $|nil| = 0$ , temos que mostrar que

$$\underbrace{T_{insere} x nil}_0 \leq \underbrace{T_{insere}^w(0)}_0.$$

②  $l = h :: tl$ : Temos que mostrar que

$$T_{insere} x (h :: tl) \leq \underbrace{T_{insere}^w(|h :: tl|)}_{1 + T_{insere}^w(|tl|)}.$$

Temos 2 casos a considerar:

②.1  $x \leq h$ :

$$\underbrace{T_{insere} x (h :: tl)}_1 \leq 1 + T_{insere}^w(|tl|) \leq 1 + T_{insere}^w(|tl|),$$

que é trivial pois  $T_{insere}^w(|tl|) \geq 0$ .

②.2  $x > h$ :

$$\underbrace{T_{insere} x (h :: tl)}_{1 + T_{insere} x tl} \leq 1 + T_{insere}^w(|tl|) \leq 1 + T_{insere}^w(|tl|)$$

que corresponde à hipótese de indução.  $\square$