Atividade 07 - gabarito

quarta-feira, 13 de abril de 2022 23:24

Resolva pelo menos um dos exercícios a seguir:

Exercício 36. *Em uma ilha moram apenas dois tipos de habitantes: os honestos, que sempre falam a verdade; e os desonestos, que sempre mentem. Você encontra dois habitantes desta ilha, digamos João e José. João diz que José é desonesto. José diz "Nem João nem eu somos desonestos". Você consegue determinar qual dos dois é honesto e qual é desonesto?*

Exercício 35. *Considere uma ilha onde moram apenas dois tipos de pessoas: as honestas, e que portanto sempre falam a verdade; e as desonestas, que sempre mentem. Um viajante, ao passar por esta ilha encontra três moradores chamados A, B e C. O viajante pergunta para o morador A: "Quantos, dentre vocês três, são desonestos?" A resposta algo incompreensível, e o viajante pergunta para B: "O que ele disse?" B então responde "Ele disse que exatamente dois de nós somos desonestos". Neste momento C se manifesta: "Não acredito nisto! Isto é uma mentira!". Questão: C é honesto ou desonesto?*

36 Considere as variáveis a e b com a seguinte semântica:

a: João é honesto

b: José é honesto.

Podemos codificar "João diz que José é desonesto" da seguinte forma:

$a \leftrightarrow \neg b$

Já a afirmação de José "Nem João nem eu somos desonestos" é codificada por

$b \leftrightarrow \neg(\neg b \vee \neg a)$

Segue uma prova de que José é desonesto:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{b \leftrightarrow \neg(\neg b \vee \neg a)}{b \to \neg(\neg b \vee \neg a)}(\wedge e)}{\neg(\neg b \vee \neg a)}(\to e) \quad [b]^u}{\neg(\neg b \vee \neg a)} \quad \dfrac{a \vee \neg a}{\neg b \vee \neg a}(\text{LEM}) \quad \dfrac{\dfrac{[a]^v \quad \dfrac{a \leftrightarrow \neg b}{a \to \neg b}(\wedge e)}{\neg b}(\to e)}{\neg b \vee \neg a}(\vee i) \quad \dfrac{[\neg a]^w}{\neg b \vee \neg a}(\vee i)}{\neg b \vee \neg a}(\vee e)\ v,w}{\dfrac{\bot}{\neg b}(\neg i)\ u}(\neg e)$$

Também podemos provar que João é honesto:

$$\dfrac{\dfrac{a \vee \neg a}{a}(\text{LEM}) \quad [a]^u}{a}(\vee e)\ u,v \quad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{b \leftrightarrow \neg(\neg b \vee \neg a)}{b \to \neg(\neg b \vee \neg a)}(\wedge e) \quad [b]^z}{\neg(\neg b \vee \neg a)}(\to e) \quad \dfrac{[\neg a]^v}{\neg b \vee \neg a}(\vee i)}{b \vee \neg b}(\text{LEM}) \quad \dfrac{\bot}{a}(\text{PBC})\ v \quad \dfrac{\dfrac{b \leftrightarrow \neg a}{\neg b \to \neg a}(\wedge e) \quad [b]^z}{a}(\to e)}{a}(\vee e)\ z,w}$$

35 Considere as seguintes variáveis:

a: A é honesto

b: B é honesto

c: C é honesto.

B disse que A disse que exatamente dois deles são desonestos:

$b \leftrightarrow (a \leftrightarrow ((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)))$

C disse que B mentiu:

$c \leftrightarrow \neg b$

Vamos provar que B é desonesto

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{b \leftrightarrow (a \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}{[b]^u \quad b \to (a \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\to e)}{a \leftrightarrow ((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\wedge e)}{a \to ((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\wedge e) \quad [a]^v}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\to e)\ 1,2 \quad (*) \quad (**)}{\bot}(\vee e)\ v,w \quad (***)}{\dfrac{\bot}{\neg b}(\neg i)\ u}$$

$a \vee \neg a$ (LEM)

onde (*) é dado por:

$$\dfrac{\dfrac{[\neg a \wedge \neg b \wedge c]^1}{\neg a}(\wedge e) \quad [a]^v}{\bot}(\to e)$$

onde (**) é dado por:

$$\dfrac{\dfrac{[a \wedge \neg b \wedge \neg c]^2 \quad \dfrac{\dfrac{\dfrac{[a \wedge \neg b \wedge \neg c]^3}{\neg b}(\wedge e) \quad [b]^u}{\bot}(\to e)}{\neg a}(\to e) \quad \dfrac{[\neg a \wedge b \wedge \neg c]^4}{\neg a}(\wedge e)}{\neg a}(\vee e)\ 3,4 \quad [a]^v}{\bot}(\to e)$$

onde (***) é dado por

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{b \leftrightarrow (a \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}{[b]^u \quad b \to (a \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\to e)}{a \leftrightarrow ((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\wedge e)}{a \leftarrow ((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\wedge e) \quad [\neg a]^w}{\neg((\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c))}(\text{MT}) \quad (****)}{\bot}(\to e)$$

onde (****) é dado por:

$$\dfrac{\dfrac{c \vee \neg c}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\text{LEM}) \quad \dfrac{\dfrac{\dfrac{[\neg a]^w \quad [b]^u}{\neg a \wedge b}(\wedge i) \quad [\neg c]^x}{\neg a \wedge b \wedge \neg c}(\wedge i)}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\vee i) \quad (*****)}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\vee e)\ x,w$$

onde (*****) é dado por:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[c]^y \quad [\neg a]^w}{\neg a \wedge c}(\wedge i) \quad \dfrac{[c]^y \quad \dfrac{c \leftrightarrow \neg b}{c \to \neg b}(\wedge e)}{\neg b}(\to e)}{\neg a \wedge \neg b \wedge c}(\wedge i)}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\vee i)}{(\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c)}(\text{LEM})\ y$$