Correção da LPO: $\boxed{\Gamma \vdash \varphi} \Longrightarrow \boxed{\Gamma \models \varphi.}$

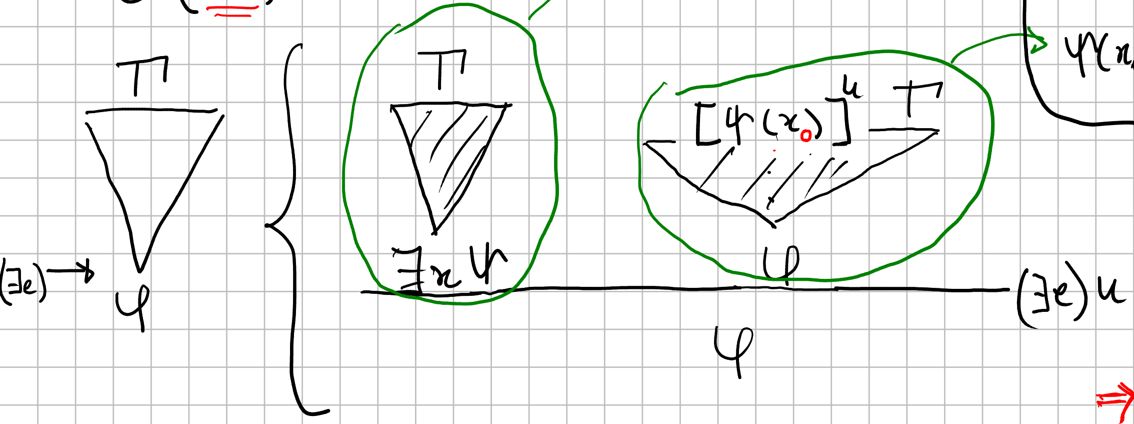
Prova: Indução na derivação $\Gamma \vdash \varphi$. A argumentação para as regras envolvendo os conectivos é similar ao caso proposicional. Os casos interessantes são as regras envolvendo os quantificadores:

(h.i.)

$\Gamma \vdash \exists x \varphi \Rightarrow \Gamma \models \exists x \varphi$

$\varphi(x_0), \Gamma \vdash \varphi \Rightarrow \boxed{\varphi(x_0), \Gamma \models \varphi}$

① ($\exists e$):



onde x_0 é um nome novo e φ não contém x_0.

Queremos provar que $\boxed{\Gamma \models \varphi}$, ou seja, qualquer modelo de Γ é também modelo de φ. Ou ainda, $\Gamma^I = V$ implica $\boxed{\varphi^I = V}$ para qualquer intepretação I.

Seja I uma intepretação tal que $\boxed{\Gamma^I = V}$. Pela primeira h.i temos que I é modelo de $\exists x \varphi$, i.e. $(\exists x \varphi)^I = V$. Isto significa que $\boxed{\varphi^{I\frac{x}{a}} = V}$ para algum $a \in D$. Pela segunda hipótese de indução temos que $\varphi^{I\frac{x}{a}} = V \Rightarrow \varphi^I = V$.

$\boxed{\varphi(x_0)^I = V}$

② $\exists i$ ③ $\forall i$ ④ $\forall e$.

Atividade 6:

$$\phi_1 = \forall x\, p(x,x)$$

$$\phi_2 = \forall x \forall y\, p(x,y) \to p(y,x)$$

$$\phi_3 = \forall x \forall y \forall z\, (p(x,y) \wedge p(y,z)) \to p(x,z).$$

$$\underbrace{\overset{\checkmark}{\phi_1}, \overset{\checkmark}{\phi_2} \not\models \overset{\times}{\phi_3}}_{I_1} \qquad \underbrace{\overset{\checkmark}{\phi_1}, \overset{\checkmark}{\phi_3} \not\models \overset{\times}{\phi_2}}_{I_2} \qquad \underbrace{\overset{\checkmark}{\phi_2}, \overset{\checkmark}{\phi_2} \not\models \overset{\times}{\phi_1}}_{I_3}$$

Encontrar I_1

$\phi_1^{I_1} = \phi_2^{I_1} = V$

e $\phi_3^{I_1} = F$.

$\boxed{\text{domínio finito}}$

$D = \{a, b, c\}$

$I_1 \models \phi_1 : p^{I_1} = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$

$p^I = \{(a,b), (b,c), (a,c)\}.$

$I \models \phi_3.$