

Lógica Computacional 1 (2023-1)

Avaliação Escrita

Prof. Flávio L. C. de Moura

08 de maio de 2023

- Por favor, coloque **nome** e **matrícula** em todas as folhas
- A resolução pode ser feita à lápis ou caneta, mas seja organizado.
- Esta avaliação é **individual** e **sem consulta**.
- Início: 19:00
- Término: 20:40

1. (2.5 pontos) Construa uma prova em **dedução natural** para o sequente $\varphi \rightarrow \psi \vdash \neg\psi \rightarrow \neg\varphi$ na **lógica proposicional minimal**.

Solução:

$$\begin{array}{c}
 (\rightarrow_e) \frac{\varphi \rightarrow \psi \quad [\varphi]^v}{\psi} \quad \frac{[\neg\psi]^u}{\neg\psi} (\neg_e) \\
 \hline
 \perp \\
 \hline
 \neg\varphi \quad (\neg_i)v \\
 \hline
 \neg\psi \rightarrow \neg\varphi \quad (\rightarrow_i)u
 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{c}
 \frac{\varphi \rightarrow \psi \quad [\neg\psi]^u}{\neg\varphi} (MT) \\
 \hline
 \neg\psi \rightarrow \neg\varphi \quad (\rightarrow_i)u
 \end{array}$$

2. (2.5 pontos) Construa uma prova em **dedução natural** para o sequente $\vdash \neg\neg((\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi)$ na **lógica proposicional intuicionista**.

Solução:

$$\begin{array}{c}
 \frac{[\varphi]^w}{(\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi} (\rightarrow_i)\emptyset \\
 \frac{[\neg((\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi)]^u}{\perp} (\neg_e) \\
 (\neg_i)w \frac{\perp}{\neg\varphi} \\
 \hline
 \frac{\neg\varphi \quad [\neg\neg\varphi]^v}{\perp} (\neg_e) \\
 \hline
 \frac{\perp}{\varphi} (\perp_e) \\
 \hline
 \frac{\varphi}{(\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi} (\rightarrow_i)v \\
 \hline
 \frac{[\neg((\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi)]^u}{\perp} (\neg_e) \\
 \hline
 \neg\neg((\neg\neg\varphi) \rightarrow \varphi) \quad (\neg_i)u
 \end{array}$$

3. (2.5 pontos) Prove que a regra a seguir não possui uma prova intuicionista.

$$\frac{\neg\psi \rightarrow \neg\phi}{\phi \rightarrow \psi} (CP)$$

Solução:

$$\frac{\frac{\frac{\neg\neg\varphi}{\neg\neg\neg\neg\varphi \rightarrow \neg\neg\varphi} (\rightarrow_i)}{\neg\varphi \rightarrow \neg\neg\varphi} (CP)}{\frac{\neg\neg\varphi \rightarrow \varphi}{\varphi} (\rightarrow_e)} (\rightarrow_e)$$

4. (2.5 pontos) Construa uma prova em **dedução natural** para o sequente $\vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$ indique se a prova feita é **clássica, intuicionista ou minimal**.

Solução:

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{[\neg\varphi]^u}{\neg\psi \rightarrow \neg\varphi} (\rightarrow_i) \emptyset}{\neg\varphi} (\rightarrow_e)}{[\varphi]^w} (\neg_e)}{\perp} (PBC) v}{\psi} (\rightarrow_i) w}{\varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow_e)}{\varphi} (\rightarrow_e)}{[\neg\varphi]^u} (\neg_e)}{\perp} (PBC) u}{\varphi} (\rightarrow_i) x$$

ou

$$\frac{\frac{\frac{\frac{[\varphi]^x}{\perp} (\perp_e)}{\psi} (\rightarrow_i) x}{\varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow_e)}{\varphi} (\rightarrow_e)}{\perp} (\neg_e)}{\neg\neg\varphi} (\neg_i) y}{\varphi} (\neg_e)}{(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi} (\rightarrow_i) z$$

$\frac{\varphi \quad \psi}{\varphi \wedge \psi} (\wedge_i)$	$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi} (\wedge_e)$	$\frac{\varphi \wedge \psi}{\psi} (\wedge_e)$
$\frac{\varphi}{\varphi \vee \psi} (\vee_i)$	$\frac{\psi}{\varphi \vee \psi} (\vee_i)$	$\frac{[\varphi]^u \quad [\psi]^v}{\varphi \vee \psi \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \chi \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ \chi \end{array}}{\chi} (\vee_e) u, v$
$\frac{[\varphi]^u \quad \vdots \quad \psi}{\varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow_i) u$	$\frac{\varphi \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi} (\rightarrow_e)$	
$\frac{[\varphi]^u \quad \vdots \quad \perp}{\neg \varphi} (\neg_i) u$	$\frac{\varphi \quad \neg \varphi}{\perp} (\neg_e)$	
$\frac{\perp}{\varphi} (\perp_e)$	$\frac{[\neg \varphi]^u \quad \vdots \quad \perp}{\varphi} (PBC) u$	