

Lógica Computacional 1

Cálculo de Sequentes

Flávio L. C. de Moura*

Prove os sequentes a seguir:

1. $((\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \Leftrightarrow \phi \rightarrow \perp$
2. $((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \Leftrightarrow ((\phi \rightarrow \perp) \perp) \rightarrow ((\psi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp)$
3. $((\phi \wedge \psi) \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \Leftrightarrow ((\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp) \wedge ((\psi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp)$
4. $(\phi \vee \psi) \rightarrow \perp \Leftrightarrow (\phi \rightarrow \perp) \wedge (\psi \rightarrow \perp)$
5. $(\phi \wedge \psi) \wedge \varphi \Leftrightarrow \phi \wedge (\psi \wedge \varphi)$
6. $(\phi \vee \psi) \vee \varphi \Leftrightarrow \phi \vee (\psi \vee \varphi)$
7. $\Rightarrow \phi \vee (\phi \rightarrow \perp)$
8. $(\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp \Rightarrow \phi$
9. $\phi \Rightarrow (\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \perp$
10. $\phi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \perp \Rightarrow \phi \rightarrow \perp$
11. $(\psi \rightarrow \perp) \rightarrow \phi \Leftrightarrow (\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \psi$
12. $\psi \rightarrow (\phi \rightarrow \perp) \Leftrightarrow \phi \rightarrow (\psi \rightarrow \perp)$
13. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$
14. $q \rightarrow r \Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
15. $p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow r$
16. $p \rightarrow q, r \rightarrow s \Rightarrow p \vee r \rightarrow q \vee s$
17. $p \vee q \Rightarrow r \rightarrow (p \vee q) \wedge r$
18. $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \Rightarrow p$
19. $p \rightarrow q, r \rightarrow s \Rightarrow p \wedge r \rightarrow q \wedge s$
20. $p \rightarrow q \Rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow (p \wedge q))$
21. $\Rightarrow q \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$
22. $p \rightarrow (q \wedge r) \Rightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
23. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
24. $\Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge s))$
25. $(p \wedge q) \wedge r, s \wedge t \Rightarrow q \wedge s$
26. $p \wedge q \Rightarrow q \wedge p$

*flaviomoura@unb.br

27. $p \rightarrow (p \rightarrow q), p \Rightarrow q$
28. $q \rightarrow (p \rightarrow r), r \rightarrow \perp, q \Rightarrow p \rightarrow \perp$
29. $\Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow p$
30. $p \Rightarrow q \rightarrow (p \wedge q)$
31. $p \Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow q$
32. $p \rightarrow q \Rightarrow (q \rightarrow \perp) \rightarrow (p \rightarrow \perp)$
33. $p \vee (p \wedge q) \Rightarrow p$
34. $r, p \rightarrow (r \rightarrow q) \Rightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
35. $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$
36. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \Rightarrow p \wedge (q \vee r)$
37. $\phi \vee \psi \Leftrightarrow ((\phi \rightarrow \perp) \wedge (\psi \rightarrow \perp)) \rightarrow \perp$
38. $\Rightarrow ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi) \rightarrow \phi$