Aula 11 – lema 1.4-gabarito

terça-feira, 22 de fevereiro de 2022 20:44

Prove o lema a seguir:

Lema 1.4. *Seja* $f(n)$ *uma função suave. Se existem constantes positivas* c_2 *e* n_0 *tais que* $c_2.f(n) \leq f(2.n), \forall n \geq n_0$ *então* $c_2^k.f(n) \leq f(2^k.n), \forall k \geq 1, n \geq n_0$.

Prova: A prova é por indução em K:

Base da indução: Se $K = 1$ então o resultado é trivial porque $c_2^1 \cdot f(n) \leq f(2^1 \cdot n)$ é o que temos como hipótese.

Passo indutivo: Se $K > 1$ então $c_2^{K+1} \cdot f(n) = c_2 \cdot (c_2^K \cdot f(n)) \overset{(h.i.)}{\leq} c_2 \cdot f(2^K \cdot n) \leq f(2 \cdot 2^K \cdot n) = f(2^{K+1} \cdot n)$, onde a última desigualdade é uma aplicação da hipótese do problema. $\boxtimes$