# Atividade 2:

**Exercício 100.** *Sejam $f(n), g(n)$ e $h(n)$ funções dos inteiros não-negativos nos reais positivos. Mostre que se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$ então $f(n) = O(h(n))$.*

Temos que $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$. Por definição,

de $f(n) = O(g(n))$ temos que existem constantes positivas $c_1$ e $n_1$ tais que $\boxed{f(n) \leq c_1 . g(n), \forall n \geq n_1}$ (*)

de $g(n) = O(h(n))$ temos que existem constantes positivas $c_2$ e $n_2$ tais que $\boxed{g(n) \leq c_2 . h(n), \forall n \geq n_2}$ (**)

Seja $n_0 = \max(n_1, n_2)$. Então (*) e (**) valem simultaneamente para todo $n \geq n_0$. Além disto, $c_1 . g(n) \leq c_1 . c_2 . h(n)$, $\forall n \geq n_0$. e pela transitividade de $\leq$ concluímos que $f(n) \leq c_1 . g(n) \leq c_1 . c_2 . h(n)$, $\forall n \geq n_0$. Ou seja, encontramos constantes positivas $n_0$ e $c = c_1 . c_2$ tais que

$f(n) \leq c . h(n)$, $\forall n \geq n_0$ e portanto $f(n) = O(h(n))$. $\blacksquare$