2. Temos como hipótese que $f(n) = O(h(n))$ e $g(n) = O(h(n))$, e portanto existem constantes positivas $c_1, c_2, n_1$ e $n_2$ tais que $\boxed{f(n) \leq c_1 . h(n), \forall n \geqslant n_1 \ \text{ e } \ g(n) \leq c_2 . h(n), \forall n \geqslant n_2 .}$ (*)

Precisamos encontrar constantes $c$ e $n_0$ tais que

$f(n) + g(n) \leq c . h(n), \forall n \geqslant n_0.$

Tome $n_0 = \max(n_1, n_2)$ pois as desigualdades (*) valem simultaneamente para todo $n \geqslant n_0$. Neste caso podemos somar as desigualdades (*) e obter que $f(n) + g(n) \leq (c_1 + c_2) . h(n)$, $\forall n \geqslant n_0$. Tomando $c = c_1 + c_2$ concluímos que $f(n) + g(n) = O(h(n))$. $\boxtimes$

Observe que esta questão não pode ser resolvida usando limites porque $f(n) = O(h(n))$ não implica que $\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{h(n)} = c < \infty$. De fato, o problema é que o limite pode não existir: Considere $f(n) = n$ e $h(n) = 2^{\lfloor \lg n \rfloor}$. Temos que $h(n) = 2^{\lfloor \lg n \rfloor} \leq n = f(n) \leq 2 . 2^{\lfloor \lg n \rfloor} = 2 . h(n)$, $\forall n \geqslant 1$. Ou seja, $f(n) = O(h(n))$, mas o limite $\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{h(n)}$ não existe porque o quociente $f(n)/h(n)$ fica oscilando entre 1 e 2.

Resumindo: $\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{h(n)} = c < \infty \ \underset{\not\Longleftarrow}{\Longrightarrow} \ f(n) = O(h(n))$