

Mostre que 2-SAT \in P.

Solução: Seja φ uma instância de 2-SAT. Qualquer cláusula de φ , digamos $l_1 \vee l_2$, pode ser representada pelo par de implicações: $\bar{l}_1 \rightarrow l_2$ e $\bar{l}_2 \rightarrow l_1$. Assim, podemos construir um digrafo $G = (V, E)$ com $|V| = 2n$ da seguinte forma:

1. Se $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ é o conjunto de todas as variáveis que ocorrem em φ , então G terá o seguinte conjunto de vértices:

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n\}$$

2. Para cada cláusula $l_1 \vee l_2$ de φ adicionaremos as arestas $\bar{l}_1 l_2$ e $\bar{l}_2 l_1$.

Esta construção é tal que " φ é satisfatível se, e somente se, nenhuma componente fortemente conexa de G possui simultaneamente uma variável x e sua negação \bar{x} ."

Desta forma podemos utilizar um algoritmo como BFS para verificar se existe um caminho do vértice x para a sua negação \bar{x} , ou o contrário, de \bar{x} para x , para algum $x \in V$. Em caso afirmativo, φ é insatisfatível, e caso contrário, φ é satisfatível. Claramente, tanto a construção do grafo quanto a busca podem ser feitos em tempo polinomial.