

Projeto e Análise de Algoritmos (2024-1)

Lista de exercícios

Prof. Flávio L. C. de Moura

4 de setembro de 2024

Questão 1. *Mostre como podemos ordenar n inteiros contidos no intervalo de 0 a $n^4 - 1$ em tempo linear.*

Questão 2. *Considere o seguinte problema: Há uma fila de n moedas cujos valores são alguns inteiros positivos c_1, c_2, \dots, c_n , não necessariamente distintos. O objetivo é pegar a quantidade máxima de dinheiro sujeita à restrição de que não se pode pegar duas moedas adjacentes na fila inicial.*

1. *Construa uma recorrência para calcular o montante máximo $F(n)$ que pode ser obtido de uma fila com n moedas.*
2. *É fácil ver que a solução força bruta para este problema tem complexidade exponencial. Construa uma solução utilizando programação dinâmica, ou seja, escreva o pseudocódigo, e em seguida faça a análise assintótica da sua solução.*

Questão 3. *Considere um tabuleiro $m \times m$, onde cada uma das m^2 posições contém uma pedra azul, uma pedra vermelha ou não contém nada. Você joga removendo pedras do tabuleiro de forma que se uma coluna do tabuleiro tiver pedras então todas devem ser da mesma cor, e cada linha deve conter pelo menos uma pedra. Você ganha se atinge este objetivo. Dependendo da configuração inicial, pode-se ganhar ou não. Assim, denotando por T a configuração inicial do tabuleiro, representaremos o problema correspondente a este jogo por $S = \{T \text{ corresponde a uma configuração vencedora}\}$. Considere a seguinte transformação: Dada uma instância φ de 3-SAT com m variáveis v_1, v_2, \dots, v_m e k cláusulas $\varphi = (l_1^1 \vee l_2^1 \vee l_3^1) \wedge (l_1^2 \vee l_2^2 \vee l_3^2) \wedge \dots \wedge (l_1^k \vee l_2^k \vee l_3^k)$, construa um tabuleiro $k \times m$, assumindo que nenhuma cláusula de φ contém simultaneamente as variáveis v_i e \bar{v}_i (tais cláusulas podem ser removidas sem afetar a satisfatibilidade de φ), da seguinte forma:*

1. *Se x_i ocorre na cláusula c_j coloque uma pedra azul na linha c_j e coluna x_i .*
2. *Se \bar{x}_i ocorre na cláusula c_j coloque uma pedra vermelha na linha c_j e coluna x_i .*

O tabuleiro pode ser completado, para que tenha o mesmo número de linhas e colunas, repetindo uma linha ou adicionando uma coluna em branco sem afetar a solvabilidade. Mostre que:

1. *Mostre que se φ é satisfatível então T possui uma solução.*
2. *Mostre que se T possui uma solução então φ é satisfatível.*

Questão 4. *Mostre que o problema S , apresentado na questão anterior, é NP-completo.*