

## Projeto e Análise de Algoritmos (2024-1)

### Lista de exercícios

Prof. Flávio L. C. de Moura

9 de setembro de 2024

**Exercício 1.** Considere o algoritmo a seguir, onde  $G = (V, E)$  é um grafo,  $u \in V$  é um vértice de  $G$  e  $F$  uma fila inicialmente vazia:

```
1  marque  $u$ ;  
2  insira  $u$  na fila  $F$ ;  
3  while  $F \neq \emptyset$  do  
4  |   retire o primeiro elemento  $v$  de  $F$ ;  
5  |   for each  $w \in G.Adj[v]$  do  
6  |   |   if  $w$  não está marcado then  
7  |   |   |   marque  $w$ ;  
8  |   |   |   insira  $w$  em  $F$ ;  
9  |   |   end  
10 |   end  
11 end
```

**Algoritmo 1:** algoritmo( $G, u$ )

Faça a análise assintótica do tempo de execução deste algoritmo.

**Exercício 2.** Seja  $G = (V, E)$  um grafo (não-dirigido) conexo com função peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ . Dizemos que uma aresta de  $G$  é útil se não ocorre em nenhum ciclo de  $G$ . Prove que qualquer árvore geradora mínima de  $G$  contém todas as arestas úteis de  $G$ .

**Exercício 3.** Seja  $A$  um problema de decisão na classe  $P$ . Demonstre que se um problema  $B$  pode ser reduzido polinomialmente ao problema  $A$ , então  $B \in P$ .

**Exercício 4.** Considere o seguinte jogo em um grafo (não-dirigido)  $G$ , que inicialmente contém 0 ou mais bolas de gude em seus vértices: um movimento deste jogo consiste em remover duas bolas de gude de um vértice  $v \in G$ , e adicionar uma bola a algum vértice adjacente de  $v$ . Agora, considere o seguinte problema: Dado um grafo  $G$ , e uma função  $p(v)$  que retorna o número de bolas de gude no vértice  $v$ , existe uma sequência de movimentos que remove todas as bolas de  $G$ , exceto uma? Mostre que este problema é NP-completo.