PAA 2025_1

Exercícios da aula 01.

1. Resolvido em aula

2. Prove que $l \circ nil = l$, $\forall l$.

Indução em l:

- Se $l = nil$ então $l \circ nil = nil \circ nil \overset{def.}{=} nil = l$. ✓

- Se $l = h :: l'$ então $l \circ nil = (h :: l') \circ nil \overset{def.}{=} h :: (l' \circ nil)$

$\overset{h.i.}{=} h :: l' = l$. ✓   ▨

3. Prove que $(l_1 \circ l_2) \circ l_3 = l_1 \circ (l_2 \circ l_3)$, $\forall l_1, l_2, l_3$.

Indução em l_1:

- Se $l_1 = nil$ então $(l_1 \circ l_2) \circ l_3 = (nil \circ l_2) \circ l_3 \overset{def.}{=} l_2 \circ l_3 \overset{def.}{=}$

$nil \circ (l_2 \circ l_3) = l_1 \circ (l_2 \circ l_3)$.   ✓

- Se $l_1 = h_1 :: l_1'$ então $(l_1 \circ l_2) \circ l_3 = ((h_1 :: l_1') \circ l_2) \circ l_3 \overset{def.}{=}$

$(h_1 :: (l_1' \circ l_2)) \circ l_3 \overset{def.}{=} h_1 :: ((l_1' \circ l_2) \circ l_3) \overset{h.i.}{=} h_1 :: (l_1' \circ (l_2 \circ l_3)) \overset{def.}{=}$

$(h_1 :: l_1') \circ (l_2 \circ l_3) = l_1 \circ (l_2 \circ l_3)$.   ✓   ▨

4. Prove que $|rev(l)| = |l|$, $\forall l$.

Indução em l:

- Se $l = nil$ então $|rev(l)| = |rev(nil)| = |nil| = |l|$. ✓

- Se $l = h :: l'$ então $|rev(l)| = |rev(h :: l')| \overset{def.}{=} |rev(l') \circ (h :: nil)|$
  $\overset{ex.1}{=} |rev(l')| + |h :: nil| \overset{h.i.}{=} |l'| + 1 = |h :: l'| = |l|$ ✓ 🔲

5. Prove que $rev(l_1 \circ l_2) = rev(l_2) \circ rev(l_1), \quad \forall l_1, l_2$.

Indução em l_1:

- Se $l_1 = nil$ então $rev(nil \circ l_2) \overset{def.}{=} rev(l_2) \overset{ex.2}{=}$

  $rev(l_2) \circ nil \overset{def.}{=} rev(l_2) \circ rev(nil) = rev(l_2) \circ rev(l_1)$. ✓

- Se $l_1 = h_1 :: l_1'$ então então $rev(l_1 \circ l_2) = rev((h_1 :: l_1') \circ l_2) =$

  $rev(h_1 :: (l_1' \circ l_2)) \overset{def.}{=} rev(l_1' \circ l_2) \circ (h_1 :: nil) \overset{h.i.}{=}$

  $(rev(l_2) \circ rev(l_1')) \circ (h_1 :: nil) \overset{ex.3}{=} rev(l_2) \circ (rev(l_1') \circ (h :: nil)) \overset{def.}{=}$

  $rev(l_2) \circ rev(h_1 :: l_1') = rev(l_2) \circ rev(l_1)$. ✓ 🔲